PENGURAIAN KESAMAAN PADA METODE SIMPLEKS DALAM PENYELESAIAN PEMOGRAMAN LINIER

Silvia Rosita
Universitas Tamansiswa Padang
silvia.rosita.sr@gmail.com

Abstract: *The simplex method is a method that starts systematically from a feasible basis to another feasible basis, repeatedly so that an optimal basis solution is obtained. In this discussion using the simplex method there are two possibilities that have been agreed to determine the choice that will resolve or further pivotization. The similarities in the numbers in the index row to determine the key column. the simplex table calculation process. By using several conditions so that the optimal solution can be determined.*
Keywords: linear programming, simplex method, intelligence decomposition

Abstrak : Metode simpleks adalah suatu metode yang secara sistematis dimulai dari suatu penyelesaian dasar yang fisibel ke penyelesaian dasar fisibel lainnya, secara berulang-ulang sehingga tercapai suatu penyelesaian dasar yang optimum. Dalam penyelesaiannya tersebut dengan menggunakan metode simpleks terdapat dua kemungkinanterjadinya kesamaan untuk menentukan pilihan yang akan menyelesaikan lebih lanjut atau pivotisasi.Kesamaan pada angka di baris indeks untuk menentukan kolom kunci.Kesamaan ini sering terjadi dan ditemukan dalam penyelesaian persoalan pemograman linier dengan menggunakan metode simpleks pada setiap proses perhitungan tabel simpleks. Dengan menggunakan beberapa ketentuan sehingga solusi optimum dapat ditentukan.
Kata kunci: **pemograman linier, metode simpleks, penguraian kesamaan**

A. PENDAHULUAN

Kemajuan yang dicapai dalam dunia usaha dan pembangunan dalam segala bidang dewasa ini berkembang dengan pesat, khususnya di bidang teknologi dan ilmu pengetahuan.Dengan kemajuan teknologi dan ilmu pengetahuanpara pemimpin, para perencana, peneliti dan pendidik untuk memikirkan serta menganalisis permasalahan, mengambil langkah dan strategi yang tepat secara sistematis dalammengambil keputusan untuk mencapai hasil yang optimal.

Dalam mengambil keputusan yang sering dihadapi adalah mengakolasikan keterbatasan sumber daya, berupa uang, tenaga kerja, bahan mentah, kapasitas mesin, waktu, ruang atau teknologi.Hasil yang diinginkan adalah yang terbaik sebagai maksimasi dari beberapa ukuran profit, penjualan dan kesejahteraan atau minimasi biaya, waktu dan jarak.Masalah optimasi linier banyak dijumpai dalam bidang produksi barang, distribusi barang, dalam bidang ekonomi, dan bidang lainnya yang termasuk dalam kajian pemograman linier.

Pemecahan masalah pemograman linier dapat dilakukan dengan beberapa teknik, antara lain secara aljabar, cara grafik dan metode simpleks.Cara aljabar merupakan teknik yang paling sederhana tetapi kurang efisien, terutama apabila jumlah batasan cukup banyak. Cara aljabar mencari pendekatan *trial and error* untuk mendapatkan hasil yang optimal. Cara grafik juga merupakan cara yang cukup sederhana namun hanya dapat digunakan untuk permasalahan dua variabel, karena jika grafiknya lebih dari dua variabel maka dapat dibayangkan kesulitan yang dialami dalam menentukan titik penyelesaian yang optimal.

Untuk kasus yang memiliki tingkat kompleksitas yang tinggi dengan ratusan bahkan ribuan variabel dan batasan yaitu dengan menggunakan metode simpleks [5].

PEMOGRAMAN LINIER

Pemograman linier adalah suatu teknik pengambilan keoutusan untuk memecahkan masalah optimasi.Teknik ini dikembangkan oleh LV Kantorovich, seorang ahli matematika dari Rusia, pada tahun 1939.Tujuan dari optimasi linier adalah untuk mengoptimumkan sebuah fungsi linier dari variabel tujuan, misalkan pendapatan, keuntungan atau biaya. Dalam fungsi tujuan harus dijelaskan apakah akan memaksimalkan/meminimalkan fungsi variabel [1].

Ada beberapa konsep dasar yang sangat sering digunakan dalam pemograman linier metode simpleks untuk menentukan solusi optimal simpleks adalah sebagai berikut :

Definisi 1.*Variabel Keputusan adalah variabel yang menguraikan secara lengkap keputusan yang dibuat [4].*

Definisi 2.*Fungsi tujuan adalah fungsi linier dari variabel keputusan yang dimaksimumkan atau diminimumkan [4].*

Definisi 3.*Fungsi kendala kondisi atau syarat yang membatasi nilai-nilai dari variabel keputusan [4].*

Definisi 4.*Pembatas tanda adalah pembatas yang menjelaskan apakah variabel keputusannya berharga positif atau negative [4].*

Definisi 5.*Iterasi adalah tahapan perhitungan dimana nilai dalam perhitungan tergantung dari tabel sebelumnya [3].*

Definisi 6.*Vektor basis adalah vektor yang akan menaikan nilai fungsi objektif Z sebesar mungkin (Z optimal). Pemilihan vektor yang masuk basis dilihat dari nilai $Zj - Cj$, dimana $Zj - Cj < 0$ [5].*

Definisi 7.*Variabel basis adalah variabel yang nilainya bukan nol pada sembarang iterasi. Pada solusi awal, variabel basis merupakan variabel slack (jika fungsi kendala merupakan pertidaksamaan $\leq$) atau variabel artificial (jika fungsi kendala menggunakan pertidaksamaan geq atau =). Secara umum jumlah variabel basis selalu sama dengan fungsi kendala [3].*

Definisi 8.*Variabel slack adalah variabel yang ditambahkan ke model matematik kendala untuk mengkonversikan pertidaksamaan $\leq$ menjadi persamaan = [3].*

Definisi 9.*Variabel surplus adalah variabel yang dikurangkan dari model matematik kendala untuk mengkonversikan pertidaksamaan $\geq$ menjadi persamaan = [3].*

B. METODE SIMPLEKS

Pada tahun 1947 George B. Dantzig memperkenalkan suatu metode yang disebut metode simpleks, yaitu sebuah metode yang digunakan untuk menyelesaikan maslah pemograman linier dengan banyak variabel.Metode simpleks adalah suatu prosedur aljabar yang melalui serangkaian operasi-operasi berulang, dapat memecahkan masalah yang terdiri dari 2 variabel atau lebih [6].

Pembentukan model standar simpleks adalah untuk mendapatkan solusi optimal suatu pemograman linier. Dalam menguraikan bentuk standar dari persoalan pemograman linier dengan penambahan variabel *slack,* yang pertama kali dilakukan adalah memformulasikan kedalam bentuk standar simpleks dengan menambahkan variabel *slack* dan disusun sebagai berikut :

Fungsi Objektif :

Maksimum

$$Z = C_1x_1 + C_2x_2 + \cdots + C_nx_n$$

Dengan kendala

$$a_{11}x_{11} + \cdots + a_{1,m+1}x_{1m+1} + \cdots + a_{1n}x_{1n} = b_1$$

$$a_{21}x_{21} + \cdots + a_{2,m+1}x_{2m+1} + \cdots + a_{2n}x_{2n} = b_2$$

$$\vdots$$

$$a_{m1}x_{m1} + \cdots + a_{m,m+1}x_{m,m+1} + \cdots + a_{mn}x_{mn} = b_m$$

$$x_1, x_2, \cdots, x_n \geq 0$$

a_{ij},b_i,c_j adalah konstanta

$b_i \geq 0$, i = 1, ⋯, m [5]

ALGORITMA SIMPLEKS

Metode simpleks menyelesaikan persoalan pemograman linier secara bertahap.Prosedur ini dikenal dengan algoritma simpleks.Langkah-langkah yang diperlukan untuk melakukan perhitungan metode simpleks adalah :

1. Membuat tabel pertama metode simpleks

Tabel 1. Tabel Awal Simpleks

	Cj	C_1	C_2	C_3	C_4	C_5	
CB	XB	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	b
0	X_3	a_{11}	a_{12}	1	0	0	b_1
0	X_4	a_{21}	a_{22}	0	1	0	b_2
0	X_5	a_{31}	a_{32}	0	0	0	b_3
Zj-Cj							

Keterangan tabel simpleks :
Cj = koefisien fungsi objektif
CB = Vektor Basis (C3,C4,C5)

XB = Variabel Basis
aij = koefisien fungsi kendala, dimana i,j = 1,2,3
bi = Variabel keputusan, dimana j = 1,2,3

2. Menentukan baris indeks pada kolom Zj-Cj, dimana Zj = (CB x Aj)- Cj
3. Menentukan kolom kunci dengan memilih nilai Zj-Cj terkecil bukan nol atau negative terbesar, yang dapat dinyatakan sebagai vektor yang masuk basis selanjutnya disebut vektor basis. Jika nilai Zj-Cj ≥ 0 ini berarti memberikan solusi yang layak maka iterasi dihentikan.
4. Menentukan baris kunci berdasarkan rasio terkecil dari variabel keputusan (b) dengan koefisien fungsi kendala (bj/aij). Perpotongan baris kunci dengan kolom kunci disebut dengan *pivot* atau elemen kunci.
5. Penyelesaian baris kunci dengan cara setiap angka pada baris kunci dibagi dengan *pivot*
6. Penyelesaian baris lain
$$Nilai\ baru = \frac{(baris\ kunci)x(kolom\ kunci)}{pivot}$$
7. Selanjutnya semua hasil perhitungan baris kunci dan yang lainnya dapat disusun dengan tabel berikutnya, melakukan uji optimalisasi, hingga semua koefisien
Zj-Cj ≥ 0, jika masih ada yang bernilai negatif, maka iterasi dilanjutkan dan kembali ke langkah 3 sampai 7.

C. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pemograman Linier merupakan ilmu terapan sebagai suatu teknik pengambilan keputusan untuk memecahkan masalah optimasi.Modelnya dinayatakan dalam bentuk fungsi tujuan dan fungsi kendala yang terdiri dari *m* persamaan atau pertidaksamaan dan *r* variabel.Nilai-nilai taknegatif dari variabel-variabel yang memenuhi kendala tersebut memiliki berbagai kemungkinan penyelesaian.Selanjutnya dengan fungsi tujuan mengoptimumkan sebuah solusi terbaik dari sejumlah kemungkinan solusi yang dimiliki.Solusi tersebut disebut solusi optimum.

Solusi optimum memberikan nilai fungsi tujuan solusi terbesar diantara solusi yang lain untuk permasalahn maksimasi sebaliknya solusi optimum memberikan nilai fungsi tujuan terkecil utntuk permasalahan minimasi. Dalam penyelesaian fungsi tujuan tersebut dengan menggunakan metode simpleks terdapat dua kemungkinan terjadinya kesamaan koefisien fungsi tujuan, atau pada tabel simpleks kesamaan tersbut muncul pada angka-angka di baris indeks Zj – Cj.Diberikan persoalan pemograman linier dalam bentuk standar simpleks berikut [2]:

Maksimum $Z = 8x_1 + 8x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5$

Dengan Kendala $5x_1 + 4x_2 + x_3 + 0x_4 + 0x_5 = 40$

$x_1 + 0x_2 + 0x_3 + 0x_4 + 0x_5 = 8$

$5x_1 + 19x_2 + 0x_3 + 0x_4 + x_5 = 95$

$x_j \geq 0$, dengan j = 1,2,3,4,5

Tabel.2 Tabel simpleks pertama

	Cj	8	8	0	0	0	
CB	XB	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	b
0	X_3	5	4	1	0	0	40
0	X_4	1	0	0	1	0	8
0	X_5	5	19	0	0	1	95
Zj-Cj		-8	-8	0	0	0	0

Pada tabel simpleks pertama ini terdapat kesamaan pada angka terkecil dibaris indeks atau pada baris Zj – Cj yang selanjutnya pemilihannya di tentukan berdasarkan ketentuan berikut ini :

a. Pada setiap calon kolom kunci harus dihindari adanya tanda negatif (-), karena angka negatif tidak digunakan untuk menentukan baris kunci.
b. Pada setiap calon kolom kunci harus dapat dihindari adanya angka nol karena angka nol tidak dapat digunakan untuk menentukan baris kunci [2].

Dengan demikian pada tabel simpleks pertama diatas sudah dipastikan akan dipilih kolom A_1 sebagai kolom kunci. Selanjutnya akan dilakukan iterasi pada tabel simpleks pertama.

Iterasi pertama

Baris Kunci

X_3 = 1,0.8,0.2,0,0,8

X_4 = 1, 0, 0, 1, 0, 8

X_5 = 1, 3.8, 0, 0, 0.2, 19

Penyelesaian baris lain

$$X_3 = [5,4,1,0,0,40] - \left[\frac{5\ x\ [1,0,0,1,0,8]}{1}\right] = [0,4,1,-5,0,0]$$

$$X_5 = [5,19,0,0,1,95] - \left[\frac{5\ x\ [1,0,0,1,0,8]}{1}\right] = [0,19,0,-5,1,55]$$

Tabel.3 Tabel simpleks kedua

	Cj	8	8	0	0	0	
CB	XB	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	b
0	X_3	0	4	1	-5	0	0
8	A_1	1	0	0	1	0	8
0	X_5	0	19	0	-5	1	55
Zj-Cj		0	-8	0	8	0	64

Iterasi kedua

Baris kunci

X_3 = 0, -3.8, 0, -1, -0.2, -11

Penyelesaian baris lain

$$X_3 = [0, 4, 1, -5, 0, 0] - \left[\frac{-5\ x\ [0, 19, 0, -5, 1, 55]}{-5}\right] = [0, -15, 1, 0, 1, -55]$$

$$A_1 = [1, 0, 0, 1, 0, 8] - \left[\frac{-5\ x\ [0, 19, 0, -5, 1, 55]}{-5}\right] = [0, 3.8, 0, 0, 0.2, 19]$$

Tabel.4 Tabel simpleks ketiga

	Cj	8	8	0	0	0	
CB	XB	A_1	A_2	A_3	A_4	A_5	b
0	X_3	0	-15	1	0	1	-55
8	A_1	1	3.8	0	0	0,2	19
0	A_4	0	-3.8	0	1	-0.2	-11
Zj-Cj		0	22,4	0	0	1,6	152

Nilai indeks

$$A_1 = (0\ x\ 0) + (1\ x\ 8) + (0\ x\ 0) - 8 = 0$$

$$A_2 = (-15\ x\ 0) + (3.8\ x\ 8) + (-3.8\ x\ 0) - 8 = 22.4$$

$$A_3 = (1\ x\ 0) + (0\ x\ 8) + (0\ x\ 0) - 0 = 0$$

$$A_4 = (0\ x\ 0) + (0\ x\ 8) + (1\ x\ 0) - 0 = 0$$

$$A_5 = (-1\ x\ 0) + (0.2\ x\ 8) + (-0{,}2\ x\ 0) - 0 = 1.6$$

$$b = (-55\ x\ 0) + (19\ x\ 8) + (-11\ x\ 0) - 0 = 152$$

Perhatikan untuk nilai indeks,Zj-Cj ≥ 0 ini berarti perhitungan metode simpleks memberikan solusi yang layak dengan nilai optimal sebesar 152, sehingga iterasi dihentikan.

D. KESIMPULAN

Dari hasil penelitian diperoleh nilai optimal 152 dengan koefisien pada variabel X_2 = 19 dan variabel X_1 = 0.Sehingga dapat disimpulkan jika terdapat kesamaan pada koefisien zj-cj salah satu variabel harus dipilih dengan menggunakan langkah berdasarkan ketentuan-ketentuan pada pembahasan diatas. Untuk penelitian selanjutnya akan lebih menarikpenguraian kesamaan menentukan baris kunci.

E. PUSTAKA

Bazaraa, M S, dkk. 2010. *Linear Programming and Network Flows Forth Edition*. Canada :John Wiley and Sons, Inc

Kakiay, Thomas J. 2008. *Pemograman Linier Metode dan Problema*. Yogyakarta: Andi

Muzakki, Muhammad. 2012. *Optimalisasi Keuntungan Pada Perusahaan Keripik Balado Mahkota Dengan Metode Simpleks*. Jurnal Matematika UNAND, 1, 10-16

Rosita, Silvia. 2007. *Analisa Jaringan Kerja dalam Mempercepat Waktu Penyelesaian Proyek Dengan Menggunakan Metode Simpleks*.Padang: Universitas Andalas

Rumahubo, R.L, & Mansyur, A. 2017.*Konsistensi Metode Simpleks Dalam Menentukan Nilai optimum*. Jurnal Karismatika, 3, 36-46

Subagyo, Pangestu dkk. 2000. *Dasar-Dasar Operations Research*. Yogyakarta: BPFE Yogyakarta