

Analisa Linier Eliminasi Gauss-Jordan Untuk Analisis Struktur Rangka Batang Segitiga Sederhana

Rita Nasmirayanti¹, Rafki Imani², Utami Dewi Arman³, Afrilda Sari⁴

Fakultas Teknik Universitas Putra Indonesia "YPTK" Padang^{1,2,3,4}

Email: tathen94@gmail.com¹, rafimani17@yahoo.co.id², udewi2679@gmail.com³,
afrildasari@yahoo.com⁴

DOI: <http://dx.doi.org/10.31869/rtj.v5i1.2975>

Abstrak: Penelitian ini dilakukan untuk menampilkan performa metode numerik dalam analisa struktur. Operasi perhitungan analisa struktur ini menggunakan Metode Eliminasi Gauss-Jordan terhadap sebuah struktur rangka batang segitiga sederhana yang sudah diidealisasikan. Beban luar yang diasumsikan berupa beban terpusat pada nodal-2 sebesar 2 ton dan ditumpu oleh tumpuan sendi pada nodal-1 dan tumpuan roll pada nodal-3. Perhitungan dimulai dengan pemberian beban luar terpusat, kemudian menghitung gaya reaksi yang dihasilkan oleh tumpuan dan gaya-gaya dalam pada batang dengan Metode Eliminasi Gauss-Jordan. Dari hasil analisis diperoleh besar reaksi tumpuan pada nodal-1 sebesar $H_1= 2$ ton ke kiri dan $V_1=0,86603$ ton ke bawah, reaksi tumpuan di nodal-3 adalah sebesar $V_3=0,86603$ ton ke atas. Sedangkan gaya-gaya dalam yang diperoleh adalah $F_1=1$ ton dengan batang tertarik, $F_2=0,73025$ ton dengan batang tertekan dan $F_3=1,5$ ton dengan batang tertarik. Hasil analisa ini mengindikasikan bahwa perhitungan dengan eliminasi Gauss-Jordan memberikan hasil pendekatan yang cukup baik dibandingkan dengan analisa eksak.

Keywords: Metode numerik, Metode Eliminasi Gauss-Jordan, analisa struktur, struktur rangka batang segitiga.

PENDAHULUAN

Permasalahan dengan penggunaan model matematis banyak dijumpai dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya, di bidang teknik sipil, dimana persoalan perhitungan struktur sebuah gedung tentunya membutuhkan waktu yang panjang dan sangat melelahkan. Dalam bidang struktur ketekniksipil, melakukan perhitungan dan analisis struktur pada sebuah rangka batang sederhana mungkin dapat dilakukan dengan proses matematis dan analitik biasa. Namun ketika dihadapkan pada kondisi riil di lapangan, permasalahan dalam melakukan perhitungan pada sebuah struktur bangunan yang kompleks, menjadi sulit dilakukan dengan metode analitik biasa (Nurhadiyono & Rahayu, 2012).

Pertimbangan pengaruh beban gempa, beban angin dan beban dinamik lainnya pada struktur dengan sifatnya yang berulang dan periodik, akan menyulitkan perencana dalam melakukan proses perhitungan strukturnya secara analitik biasa. Permasalahan lainnya adalah, terkadang perhitungan tersebut tidak memiliki formulasi yang pasti bahkan tidak memiliki rumus yang baku. Pada kondisi ini, metode numerik menjadi pilihan untuk melakukan analisa pada struktur tersebut [1].

Secara harfiah metode numerik adalah suatu metode perhitungan yang melibatkan angka-angka [2]. Secara umum metode numerik adalah suatu metode yang digunakan untuk merumuskan masalah matematis agar dapat diselesaikan dengan operasi aritmatika atau perhitungan biasa seperti tambah, kurang, kali, dan pembagian. Dalam metode numerik ini, hasil yang diperoleh berupa angka pendekatan yang bukan berupa nilai eksak [3].

Analisa numerik ini menjadi diminati seiring perkembangan teknologi, karena kemunculan program komputer dengan *software-software* perhitungan yang semakin canggih, dapat dimanfaatkan untuk membantu para *engineer* melakukan analisa struktur. Analisa struktur adalah sebuah perhitungan yang dilakukan untuk memperoleh gaya-gaya dalam akibat gaya luar yang bekerja, maupun untuk menentukan besar tegangan yang terjadi [4].

Proses analisa struktur pada sebuah konstruksi dengan metode numerik ini salah satunya dapat dilakukan dengan Sistem Persamaan Linear (SPL). Dalam permasalahan analisa struktur ini, operasi SPL dilakukan secara simultan, karena memiliki banyak variabel yang perlu diperhitungkan. Dalam penelitian ini, akan dilakukan sebuah analisis

struktur pada sebuah rangka struktur sederhana segitiga dengan performa metode numerik, yaitu SPL dengan Metode Eliminasi Gauss-Jordan. Metode ini dipilih karena proses operasinya yang mudah dan sederhana, sehingga perencana tidak mengalami kesulitan tertentu dalam perhitungannya. Dalam pengoperasiannya di lapangan, disarankan untuk menggunakan *software* komputer tertentu agar proses analisis dapat diselesaikan lebih cepat.

Metode Eliminasi Gauss-Jordan merupakan SPL yang dikembangkan dari Metode Eliminasi Gauss Naif/Biasa. Dalam analisisnya, Metode Gauss-Jordan dilakukan dengan operasi matriks. Bentuk umum perkalian matriks-nya adalah,

$$[A][x] = [B] \quad (1)$$

dimana [5],

$$\begin{bmatrix} a_{11} + a_{12} + a_{13} + \dots + a_{1n} \\ a_{21} + a_{22} + a_{23} + \dots + a_{2n} \\ a_{31} + a_{32} + a_{33} + \dots + a_{3n} \\ \vdots \\ a_{m1} + a_{m2} + a_{m3} + \dots + a_{mn} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad (2)$$

dengan [A] adalah matriks $m \times n$, [x] adalah matriks $n \times 1$ dan [B] adalah matriks kolom. [A] dan [B] sudah diketahui sedangkan [x] adalah variabel yang akan ditentukan nilainya.

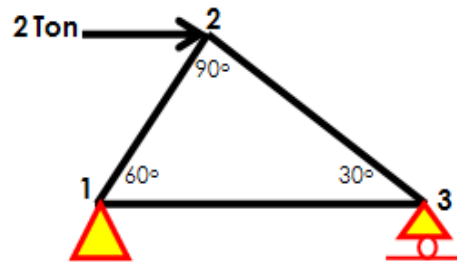
Proses aljabar dari Metode Eliminasi Gauss-Jordan adalah dengan memodifikasi matriks [A] menjadi matriks Identitas [I] yang bernilai 1 pada diagonalnya, dan yang lainnya adalah bernilai nol, sehingga tidak perlu melakukan substitusi mundur dalam perhitungannya [6], sehingga:

$$\begin{bmatrix} 1 + 0 + 0 + \dots + 0 \\ 0 + 1 + 0 + \dots + 0 \\ 0 + 0 + 1 + \dots + 0 \\ \vdots \\ 0 + 0 + 0 + \dots + 1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

1 METODE PENELITIAN

Metode penelitian ini adalah metode analisa struktur rangka batang segitiga sederhana yang dilakukan dengan metode numerik yaitu Metode Eliminasi Gauss-Jordan dari SPL. Rangka batang segitiga sederhana yang akan dianalisis adalah seperti yang ditunjukkan oleh Gambar 1 di bawah. Pada

analisa struktur ini akan dilakukan perhitungan untuk menentukan besarnya gaya-gaya dalam yang terjadi akibat pengaruh beban luar terpusat sebesar 2 Ton pada nodal-2.



Gambar 1. Struktur rangka batang segitiga sederhana.

Langkah-langkah untuk menyelesaikan analisa ini adalah sebagai berikut:

1. Membuat model, yaitu dengan menggambarkan Diagram Benda Bebasnya, DBB (*Free Body Diagram*, FBD), lalu tumpuannya digantikan dengan gaya reaksi, dengan arahnya boleh diasumsikan. Jika nilai gaya reaksi bernilai negatif maka arahnya akan berubah.
2. Menggambar gaya-gaya pada setiap titik simpulnya, dimana gaya pada batang tarik positif dan gaya pada batang tekan adalah negatif.
3. Menghitung gaya-gaya pada tumpuan dan gaya dalam batang dengan Persamaan Dasar Keseimbangan (PDK), dimana:

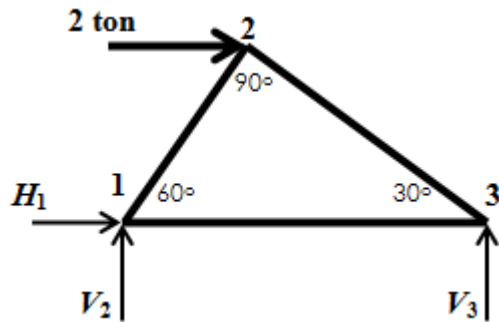
$$\sum F_H = 0; \sum F_V = 0 \quad (4)$$

Dengan F_H adalah gaya-gaya pada arah horizontal dan F_V adalah gaya-gaya pada arah vertikal, dengan satuannya adalah ton. Perjanjian tanda untuk perhitungan ini ditetapkan sebagai berikut:

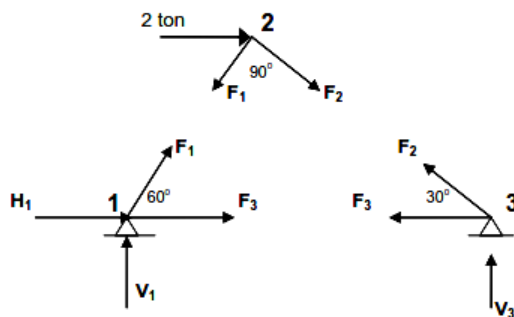
- a. Arah horizontal ke kanan adalah positif, dan sebaliknya.
- b. Arah vertikal ke atas adalah positif, dan sebaliknya.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Diagram Benda Bebas (DBB) dari struktur Gambar 2 adalah:



Gambar 2. Diagram Benda Bebas (DBB) struktur rangka batang segitiga sederhana. dan gambar gaya-gaya dalamnya adalah:



Gambar 3. Diagram gaya dalam batang.

Nodal-1:

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow F_1 \cos 60^\circ + F_3 + H_1 = 0 \quad (5)$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow F_1 \sin 60^\circ + V_1 = 0 \quad (6)$$

Nodal-2:

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow F_2 \sin 60^\circ - F_1 \sin 30^\circ + 2 = 0 \quad (7)$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow -F_1 \cos 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ = 0 \quad (8)$$

Nodal-3:

$$\sum F_H = 0 \Rightarrow -F_3 - F_2 \cos 30^\circ = 0 \quad (9)$$

$$\sum F_V = 0 \Rightarrow F_2 \sin 30^\circ + V_3 = 0 \quad (10)$$

Langkah selanjutnya adalah, persamaan (5) sampai (10) disusun dalam bentuk matriks, sehingga:

$$\begin{bmatrix} \cos 60 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \sin 60 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin 30 & \sin 60 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\cos 30 & -\cos 60 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\cos 30 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sin 30 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ H_1 \\ V_1 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

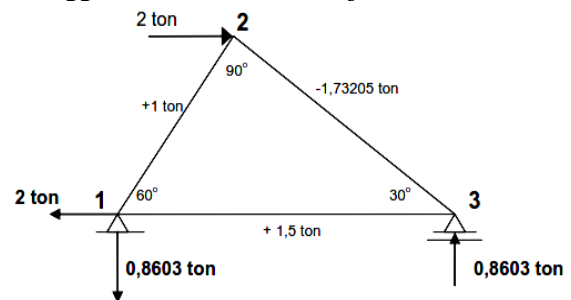
$$\begin{bmatrix} 0,5 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 8,7 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ -0,5 & 8,7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8,7 & -0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8,7 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ H_1 \\ V_1 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Sehingga dengan modifikasi Metode Eliminasi Gauss-Jordan diperoleh:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ H_1 \\ V_1 \\ V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1,73205 \\ 1,5 \\ -2 \\ -0,86603 \\ 0,86603 \end{bmatrix}$$

Dari perhitungan di atas, maka gaya-gaya pada tumpuan dan gaya-gaya dalam diperoleh adalah:

sehingga bentuk struktur menjadi:



PENUTUP

Dari perhitungan di atas dapat disimpulkan:

1. Besar gaya-gaya reaksi tumpuan pada nodal 1 dan 3 serta gaya-gaya dalam batang diperoleh:

- $F_1 = 1$ ton (batang tarik)
- $F_2 = 1,73205$ ton (batang tekan)
- $F_3 = 1,5$ ton (batang tarik)
- $H_1 = 2$ ton (horizontal ke kiri),
- $V_1 = 0,86603$ ton (vertikal ke bawah)
- $V_3 = 0,86603$ ton (vertikal ke atas).

2. Besar reaksi tumpuan pada H_1 dan V_1 bernilai negatif berturut-turut sebesar 2 ton dan 0,86603 ton, artinya asumsi arah pertama berubah menjadi arah sebaliknya untuk mengimbangi kestabilan struktur.
3. Penerapan Metode Eliminasi Gauss-Jordan dalam analisa struktur rangka batang segitiga yang memiliki Sistem Persamaan Linear Simultan seperti contoh kasus dalam penelitian ini, dapat menghemat waktu dan memudahkan perhitungan.

DAFTAR PUSTAKA

[1] G. H. Rompas, S. E. Wallah, R. S. Windah, and S. O. Dapas, "Kestabilan Solusi Numerik Sistem Berderajat Kebebasan Tunggal Akibat Gempa dengan Metode Newmark," *Jurnal*

- Teknik Sipil*, vol. 3, no. 1, pp. 1–7, 2015.
- [2] P. C. Siswipraptini, and Rifarhan, "Media Pembelajaran Integrasi Numerik Dengan Metode Kuadratur Gauss," *Jurnal Ilmiah FIFO*, vol.VI, No. 1pp. 43–48, 2014.
- [3] R. Munir, *Metode Numerik*, Bandung: Penerbit Informatika, 2015.
- [4] T. Boen and F. X. Suparsono, "Analisa Struktur dengan Metode Matriks," *UI-Press, Cet. Ketiga, Fak. Teknik, Univ. Indonesia*, 1980
- [5] Agus Setiawan, "Diktat Kuliah Analisis Numerik," *Diktat Progr. Stud. Tek. Sipil*, pp. 1–41, 2016.
- [6] M. A. Chiron, BAB I. "Pengantar Metode Numerik," pp. 1–60, 2012.